

PUISSANCES ENTIERES

I. Définition :

1) Puissance entière d'un nombre d'exposant positif :

Définition :

Quel que soit le nombre relatif a ,

Si n est un entier supérieur ou égal à 2, alors $a^n = a \times a \times \dots \times a$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{n \text{ facteurs}}$$

De plus, $a^1 = a$ et pour $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Voculaire :

- a^n se lit « a puissance n » ou encore « a exposant n ».
- Le nombre n est appelé **exposant**.
- a^2 se lit « a au carré ».
- a^3 se lit « a au cube ».

Exemples :

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • $5^2 = 5 \times 5 = 25$ • $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ • $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ | <ul style="list-style-type: none"> • $(-2)^4 = -2 \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$ • $(-3)^2 = -3 \times (-3) = 9$ • $-3^2 = -3 \times 3 = -9$ |
|--|---|

2) Puissance entière d'un nombre d'exposant négatif :

Définition :

Quel que soit le nombre relatif a ,

Si $a \neq 0$, alors le nombre a^{-n} est l'inverse de a^n .

C'est-à-dire que pour $a \neq 0$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Exemples :

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$
- $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1\ 000}$
- $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{32}$

3) Utilisation de la calculatrice :

Pour calculer des puissances entières d'un nombre relatif, on utilise les touches y^x ou \uparrow ou \wedge selon les modèles de calculatrice.

II. Opérations sur les puissances entières :

Propriétés :

Si a et b sont des nombres relatifs non nuls et si n et m sont des entiers relatifs alors :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $(a^m)^n = a^{n \times m}$
- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemples :

- $2^5 \times 2^{-4} = 2^{5+(-4)} = 2^1 = 2$
- $\frac{5^{-4}}{5^{-2}} = 5^{-4-(-2)} = 5^{-4+2} = 5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$
- $\frac{3^{-2}}{3^1} = 3^{-2-1} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{27}$
- $\frac{10^4 \times 10^{-3}}{10^3} = \frac{10^{4-3}}{10^3} = \frac{10^1}{10^3} = 10^{1-3} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100}$

Propriété :

En l'absence de parenthèses, **les puissances ont priorité** sur les multiplications et les divisions.

Exemple :

- $-5 \times 3^2 + \frac{5}{2^3} = -5 \times 9 + \frac{5}{8} = -40 + \frac{5}{8}$

III. Cas particulier : les puissances de 10

1) Définition :

Définition :

Si n est un entier positif, on a :

- $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{1000 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$
- $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$

Exemples :

- $10^2 = 10 \times 10 = 100$
- $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$
- $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\ 000$

Exemples :

- $10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0,1$
- $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0,01$

2) Propriétés :**Propriétés :**

Si n et m sont des entiers relatifs alors :

- $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$
- $(10^m)^n = 10^{n \times m}$
- $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

Exemples :

- $10^3 \times 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$
- $\frac{10^5}{10^3} = 10^{5-3} = 10^2$
- $(10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6$
- $10^{-2} \times 10^5 = 10^{-2+5} = 10^3$
- $\frac{10^3}{10^{-2}} = 10^{3-(-2)} = 10^{3+2} = 10^5$
- $(10^{-3})^2 = 10^{-3 \times 2} = 10^{-6}$
- $10^{-2} \times 10^{-3} = 10^{-2-3} = 10^{-5}$
- $\frac{10^{-3}}{10^{-2}} = 10^{-3-(-2)} = 10^{-1}$
- $(10^{-3})^{-2} = 10^{-3 \times (-2)} = 10^6$

3) Notation scientifique :

Un nombre décimal peut s'écrire de plusieurs façons sous la forme $a \times 10^n$ avec a un nombre décimal et n un nombre entier relatif.

Définition :

Tout nombre décimal non nul peut être écrit en **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme $a \times 10^n$ où :

- a est un nombre décimal dont la **distance à zéro est comprise entre 1 et 10 (10 exclu)**, c'est-à-dire ayant un seul chiffre non nul avant la virgule.
- n est un entier relatif.

Exemples :

Ecriture décimale	Diverses écritures sous la forme $a \times 10^n$		
			Notation scientifique
1 263	$126,3 \times 10^1$	$12,63 \times 10^2$	$1,263 \times 10^3$
0,000 1	$0,01 \times 10^{-2}$	$0,1 \times 10^{-3}$	1×10^{-4}

Carte mentale du chapitre sur les puissances entières

